

Musterklausur Qualifikationsphase

1. Teil: Ohne Hilfsmittel!

1. Aufgabe: Gegeben: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

a. *Untersuche die Lage von g und h zueinander. Bestimme die Gleichung einer Ebene E, die beide Geraden enthält.*

(6 Punkte)

b. (1) *Zeige rechnerisch, dass P(-3/-2/3) ein Punkt von g ist.*

Q(-1-2a/2-2a/3+2a) ist ein Punkt von h.

(2) *Berechne einen Wert von a, so dass die Strecke [PQ] senkrecht zu g ist? Berechne dann ihre Länge.*

(11 Punkte)

c. (1) *Bestimme die Gleichung einer zu g senkrechten Ebene F durch den Punkt R(-1/0/1).*

F schneidet dann die Gerade h im Punkt S(-1/2/3).

(2) *Begründe, dass die Punkte P,Q(für a = 1), S und R dann in dieser Reihenfolge ein Rechteck bilden.*

Handelt es sich um ein Quadrat (Begründung!)?

(10 Punkte)

d. *Bestimme für die Gerade h die Spurpunkte in der x_1x_3 - und der x_2x_3 - Ebene und berechne den Abstand dieser beiden Punkte.*

(9 Punkte)

Klausur

2. Teil: Mit Hilfsmittel!

2. Aufgabe: A(-1/-1/-3); B(0/2/0); C(2/0/1); P(1/2/3)

- a. (1) Zeige durch Rechnung, dass A, B, C nicht auf einer Geraden liegen.
(2) Ergänze ABC durch einen Punkt D zu einem Parallelogramm und berechne die Größe der Innenwinkel.
(17 Punkte)
- b. Gibt es einen Punkt X auf der x_1 -Achse, sodass der Winkel $\angle AXB$ ein 90° -Winkel ist? Bestimme gegebenenfalls die Koordinaten.
(9 Punkte)
- c. Die Symmetrieebene einer Strecke verläuft durch den Mittelpunkt der Strecke und ist senkrecht dazu. Bestimme eine Gleichung der Symmetrieebene E der Strecke $[BC]$.
(6 Punkte)
- d. (1) Gib die Gleichung einer Ebene F durch die Punkte A, B, C an.
(2) Bestimme die Gleichung einer Ursprungsgeraden durch P und berechne deren Schnittpunkt mit F. Liegt dieser Schnittpunkt innerhalb des Dreiecks ABC (Begründung)?
(14 Punkte)
- 3. Aufgabe:** Ein Kunstobjekt im Rahmen einer Ausstellung besteht aus einer Doppelpyramide. In einem fiktiven Koordinatensystem hat die untere Spitze P die Koordinaten P(6/6/0), steht somit auf dem Boden. Die obere Spitze Q hat die Koordinaten Q(6/6/16). Die Grundfläche besteht aus einem Dreieck ABC mit A(8/4/8), B(5/12/7) und C(0/7/9).
- a. Stelle die Doppelpyramide im Koordinatensystem dar.
(10 Punkte)
- b. Bestimme eine Gleichung der Grundflächenebene E und für die Gerade PQ.
Berechne den Schnittpunkt der Geraden PQ mit der Ebene E?
(9 Punkte)
- c. Berechne die Länge der Seitenkante $[BP]$ und den Winkel, den diese der nach oben verlaufenden Seitenkante $[BQ]$ einschließt.
(9 Punkte)
- d. Die ganze Pyramide dreht sich gleichmäßig langsam um die Achse PQ, dabei bewegen sich die Punkte A, B, C auf Kreisbahnen um die Drehachse. Der Mittelpunkt M_A der Kreisbahn des Punktes A hat dabei die Koordinaten $M_A(6/6/8)$.
Berechne den Radius dieser Kreisbahn und zeige, dass der Radius senkrecht zur Drehachse ist.
(6 Punkte)
- e. An einem schönen Sonnentag fällt zu einer bestimmten Uhrzeit der Schatten der Pyramidenspitze Q genau in Richtung des Vektors $u = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}$.
Berechne die Koordinaten des Punktes Q' , in dem der Schatten von Q die x_1x_2 -Ebene trifft?
(6 Punkte)